

Teoría del caos en los sistemas biológicos

LILIA ROMANELLI

Aclaración. La introducción de la *ciencia no lineal* como proceso metodológico ha permitido la reificación de las disciplinas cognoscitivas. Se ha transformado en una herramienta común, un lenguaje único, en el objetivo de lograr la interrelación en la arquitectura de la comprensión multifacética circundante. Este debate sobre “*La Complejidad en Medicina*” se llevó a cabo el 6 de agosto de 2006 en el Auditorio de la Sociedad Argentina de Cardiología. La conferencia central fue expuesta por la Profesora Titular de Física Dra. Lilia Romanelli. También concurrió como invitado especial el licenciado Carlos Biscioni, quien se ha dedicado a los aspectos reorganizativos del movimiento muscular.

Esta publicación del tema se ha logrado a través de la desgrabación de la Jornada realizada. La conferencia desarrollada posteriormente se presenta genuina, circunstancia que corre el riesgo de desmerecer su calidad de presentación con el fin de obtener la riqueza original de lo acontecido.

PRESENTACIÓN

Dr. Hernán Doval. Hoy tenemos el placer de tener con nosotros a una invitada del Dr. Trainini, la profesora Lilia Romanelli. Algunos de ustedes habrán leído algunas de mis cartas muy elementales sobre el caos, y ahora vamos a tratar de entender un poco más. Yo les estaba mostrando antes de entrar acá un suelto de “Clarín” de hace dos días, que en realidad habla de un caos constructivo; esperemos que no sea esto, porque en realidad dice que los centros académicos piensan que lo que pasa en Medio Oriente es un caos constructivo, que después de la destrucción total se va a construir algo mucho mejor. La verdad, esperemos que la charla de la profesora Romanelli no tenga nada que ver con el tema. Obviamente, no.

Dr. Jorge Trainini. Quiero darles algunos antecedentes de la profesora Romanelli. Es investigadora principal del CONICET, graduada en Ciencias Exactas. En estos momentos tiene una cátedra, en la cual es la profesora titular de la Universidad de General Sarmiento.

Creemos realmente que la SAC, a través de la *Revista Argentina de Cardiología* se viste hoy de gala, porque verdaderamente está introduciendo un tema que a todos nos intriga. ¿Cómo podemos hacer para que en la medicina de hoy, las herramientas que utiliza como investigación puedan adaptarse al sistema caótico? Si bien este concepto es antiguo, ya que los griegos consideraban al *kaos* como sinónimo de *abismo*, actualmente es interpretativo de autoorganización. También está presente el licenciado Carlos Biscioni, que ha trabajado mucho en movimientos caóticos, en relación con el cuerpo humano, y tiene también algunos artículos presentados.

CONFERENCIA

Comencemos hablando de caos. El uso cotidiano de esta palabra se refiere a situaciones fuera de control, a veces catastróficas. Sin embargo, técnicamente se utiliza la palabra caos para algo completamente dis-

tinto, porque lo que significa caos no es destrucción y descontrol, sino la búsqueda de una organización bajo un aparente desorden.

Lo que permite el caos es el abordaje interdisciplinario de los sistemas complejos. Para saber lo que es un sistema complejo simplemente hay que determinar qué diferencia hay entre algo simple y algo complejo. Lo complejo, o un organismo complejo, no es sinónimo de complicado. Cuando una situación es complicada, muy posiblemente no sea compleja; mientras que por otra parte un sistema complejo muchas veces es muy simple y estas situaciones simples pueden dar lugar a la complejidad.

Un sistema complejo es aquel que:

- Su comportamiento global no es reducible a la suma de las partes.
- Presentan una organización que resulta en una situación intermedia entre el desorden y el orden.
- No dependen de la escala (tamaño).
- Son procesos cuya dinámica (evolución) es *no lineal*.

La complejidad se genera en una llamada *transición de fases*, que es un cambio en un *punto crítico*. La *no linealidad*, que es lo aparentemente nuevo en las ciencias, en realidad no es así. En el siglo XIX no se le dio crédito al matemático Henry Poincaré (1892), que justamente advertía a sus contemporáneos “*tengan en cuenta que las ecuaciones diferenciales no siempre tienen una solución única*”, pero su comentario quedó en el olvido hasta la década del ’70. (1)

Para comprender los sistemas complejos es necesario entender qué es un *sistema lineal* y cómo se diferencia de un *sistema no lineal*. Un *sistema lineal* se comporta bien. A pequeños estímulos le corresponden respuestas pequeñas, y lo mismo, si el estímulo es grande, brinda una gran respuesta, mientras que en los *sistemas no lineales* un pequeño estímulo puede tener efectos sorprendentes e inesperados. Como complicación adicional, los *sistemas no lineales* no se pueden reducir a la suma de sus partes. El modelo reduccionista y su estrategia falla porque no se consideran las interacciones, como por ejemplo los acoplamientos.

Cuando en un sistema no se puede prever completamente su evolución es que las *no linealidades* juegan en contra. Pequeños cambios o variaciones en las condiciones iniciales llevan a estados muy distintos, lo que nos conduce a la indeterminación y a la impredecibilidad. Los estudios *no lineales* se han convertido en una disciplina en sí misma, simplemente porque la naturaleza es intrínsecamente *no lineal*.

El hablar de estudios *no lineales* en principio parece extraño. De alguna manera el nombre sugiere que el

estudio de los problemas lineales es el objetivo central y que los *no lineales* son una curiosidad. De hecho, es al revés. Tanto matemáticamente como físicamente, las ecuaciones lineales son la excepción y no la regla.

La razón de este fuerte sesgo es debido a que durante muchos años la *no linealidad* era sinónimo de irresoluble. Hoy en día, en gran parte debido a la contribución de las computadoras, muchos problemas *no lineales* que eran considerados intratables han podido ser resueltos y en consecuencia el campo de los estudios no lineales se ha desarrollado por completo.

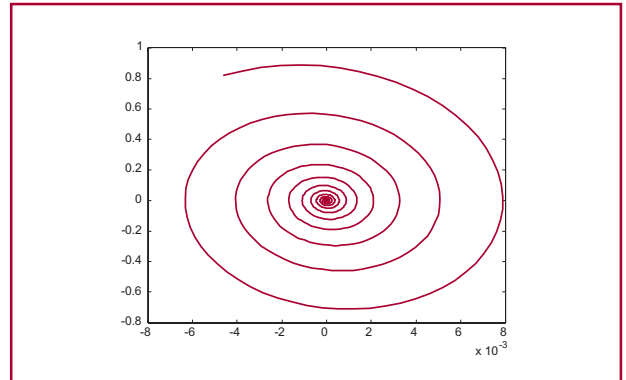
La dinámica *no lineal* es por lo tanto lo más adecuado para entender la dinámica de la complejidad. Por ejemplo, si se lanza una pelota al aire, se determina e identifica el lugar en que va a caer. De modo general, el movimiento está prácticamente determinado por la velocidad y el ángulo de tiro. Pero si se intenta la misma experiencia con un globo, lo que se observa es que la trayectoria puede determinarse por poco tiempo, ya que pequeñas variaciones en la atmósfera provocan que la trayectoria del globo tome cualquier dirección. Al no poder prever la trayectoria, produce impredecibilidad e indeterminación. Estos conceptos son fundamentales en el estudio de los *sistemas no lineales*.

Hacia la década del '60 apareció lo que se dio por llamar *el efecto mariposa*. (2) En realidad, este efecto lo descubrió un meteorólogo, Eduard Lorenz (1963). Su objetivo era poder resolver las inestabilidades climáticas y tratar de conseguir un modelo de atmósfera para poder predecir el clima. ¿Qué sucedió? En esta época había máquinas muy lentas que durante la noche no podían funcionar; entonces, esas integraciones, esos cálculos que Lorenz estaba haciendo le llevaban mucho tiempo. Él suspendía sus cálculos durante la noche y anotaba un grupo de números que eran las soluciones que iba obteniendo para alimentar a la computadora al día siguiente con esos datos como condiciones iniciales. Cuando recortó las cifras de los decimales, al volver a empalmar las soluciones para verificar los cálculos encontró soluciones completamente distintas, muy divergentes. Hay una frase bastante conocida que lo describe: *“un simple aleteo de las alas de una mariposa en Hong Kong puede producir un gran tornado en San Francisco”*.

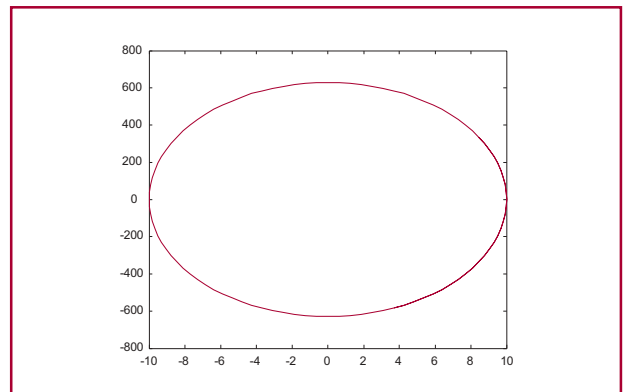
James Yorke rescató en 1972 el trabajo de Lorenz, lo difundió y lo analizó con Robert May en 1976 (matemático, biólogo y ecólogo). (3) Así hizo el gran descubrimiento de que *“sistemas sencillos hacen cosas complejas”*, acuñando el término caos. Se descubrieron luego efectos similares en genética, economía, dinámica de fluidos, epidemiología, fisiología.

Algunas de las características de los sistemas caóticos son la gran sensibilidad que tienen a las condiciones iniciales. Algunos presentan bifurcaciones; otros, ciclos límite y atractores extraños. El comportamiento de *sistemas no lineales* o *lineales* se puede describir caracterizando el atractor, que es el lugar del espacio donde el sistema luego de un tiempo se estabiliza; éste puede ser:

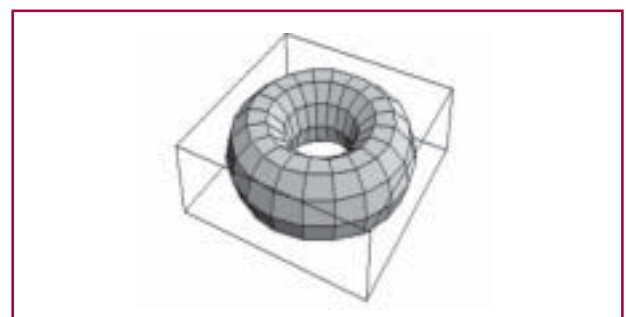
Atractor de punto fijo. Son aquellos cuyo movimiento va realizando una trayectoria espiralada hasta converger en un punto de equilibrio, por ejemplo, un péndulo.



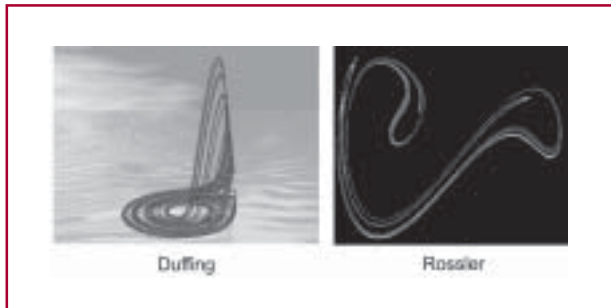
El atractor periódico también es *lineal*. Se llama *atractor de ciclo límite*. La trayectoria permanece en una curva cerrada, por ejemplo, la órbita de la Tierra alrededor del Sol si despreciamos el efecto de la Luna y otros astros.



El atractor cuasi periódico es *lineal* pero con dos frecuencias involucradas. Su evolución (trayectoria) yace en una superficie con forma de rosquilla llamada *toro*.



Los *atractores extraños* son *no lineales*. La evolución que tienen en el espacio es bastante compleja, pero permanece acotada en él. Geométricamente, son objetos bellos, como el atractor de *Lorenz*, el de *Duffing* o el de *Rosler*.



La caracterización del caos en sistemas disipativos, que son aquellos sistemas en que se pierde energía, está relacionada con la existencia de estos atractores extraños que además son fractales. Los fractales son objetos matemáticos que presentan características de autosimilaridad, es decir que se repiten a sí mismos y luego de un tiempo se estabilizan.

La geometría fractal fue postulada alrededor del año 1970 por el matemático polaco Benoit Mandelbrot, (4) que estaba fascinado con los complejos patrones que veía en la naturaleza, pero no los podía describir por medio de la geometría euclídea: las nubes no eran esféricas, las montañas no eran conos, las líneas costeras no eran círculos, ni tampoco viajaban los rayos en líneas rectas. Entonces desarrolló el concepto y lo denominó *fractal*, a partir del significado en latín de esta palabra que significa “fracturado, fragmentado o quebrado”.

Los patrones fractales tienen dos características básicas:

- autosimilaridad (que significa que un mismo patrón se encuentra una y otra vez),
- dimensiones fractales.

Esta dimensión fractal describe la relación entre los segmentos y la totalidad. Cuanto más cercana esté la forma de un fractal a una línea (dimensión 1), a un plano (dimensión 2) o a un objeto tridimensional (dimensión 3), más cercana estará la dimensión fractal al número entero que describe su forma. Vale la pena aclarar que dimensión significa el número de variables para determinar un punto.

En estudios de la Tierra se ha encontrado la relación que tienen las nubes con las montañas. Se han hallado patrones fractales en los cristales creados por minerales, los copos de nieve, el sistema de venas y arterias de los seres vivos, los ríos y montañas, los campos magnéticos de los imanes, plantas y animales, y en una gama increíble de fenómenos naturales y sociales.

Existen muchísimos fractales en la naturaleza con estas características singulares y tienen propiedades aún más curiosas. Con los fractales se introdujo el concepto de *dimensión fraccionaria*. Esto significa que los fractales tienen dimensiones no representadas con un número entero. Así, se dice que cada fractal tiene

su propia dimensión. Los fractales matemáticamente tienen una cualidad geométrica muy curiosa: llegan a tener un área finita rodeada de un perímetro infinito. Por ejemplo, el área de un rectángulo es por todos bien conocida, y su perímetro es igual a dos veces lo que mida el largo más dos veces lo que mida el ancho; esto quiere decir que tiene área y perímetro finitos. En un fractal sólo su área es finita y su perímetro es infinito, ya que es de forma rugosa, y cada vez que veamos más de cerca su perímetro o su orilla seguirá siendo aún más rugosa sin importar qué tan pequeña sea la porción de su orilla que amplifiquemos.

Rutas al caos

Vamos a definir brevemente cómo se produce la transición de un comportamiento ordenado a uno caótico. Lo que se debe aclarar es que no hay universalidad en las rutas al caos pero sí que existe cierta jerarquía en las diferentes inestabilidades antes de alcanzar el estado caótico. Para llegar a ello necesitamos variar un parámetro llamado de control, por ejemplo, la temperatura, el voltaje, la energía, etc.

Al aumentarlo notamos en el sistema cambios cualitativos bruscos. Así podemos determinar estados en que:

- a) Se nota que gradualmente aumenta el número de frecuencias involucradas. Esta ruta se llama de **cuasi periodicidad** (Li y Yorke, 1975). (5)
- b) Se observa que el período de las oscilaciones empieza a duplicarse a medida que pasa el tiempo, es decir, tenemos período 2, luego 4, 8, ...; es la ruta de **duplicación de períodos**. Se produce lo que se llama bifurcaciones (Feigenbaum, 1978). (6)
- c) Existe alternancia de períodos regulares con irregulares durante un tiempo, hasta que aumentando el parámetro se acortan los períodos regulares para aumentar en duración los irregulares. Esta ruta se llama **intermitencia**.

Las consecuencias de la teoría son importantes. Todo sistema *no lineal* se vuelve impredecible a un tiempo, y ese tiempo a partir del cual ya no hay información se puede calcular. Hay distintos métodos de análisis y esto nos permite diferenciar el caos de la probabilidad.

Hay que diferenciar el *ruido* del caos. El llamado *ruido*, en realidad, se podría decir “ignorancia”; es no saber qué es lo que va a suceder en un instante inmediatamente posterior y no recordar qué sucedió en el instante anterior. Y esta diferenciación es importante, porque alrededor de la década del '60 lo único que se podía analizar eran los comportamientos periódicos. El comportamiento no periódico directamente se descartaba, se perdía gran parte de la información y entonces las predicciones eran mayoritariamente incorrectas. La pregunta que surgió es: ¿puede un sistema caótico autoorganizarse, ya que el caos en principio es un desorden? La respuesta la dio el Premio Nobel de Química del año 1987, Ilya Prigogine, que hizo un aporte fundamental en este tema. Él definió las *estructuras disipativas*, las cuales son aquellas

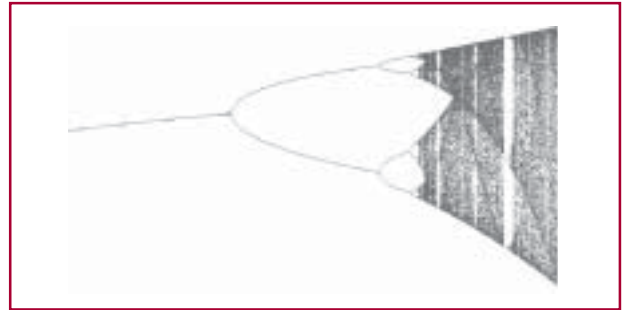
estructuras complejas que para poder sobrevivir necesitan disipar energía, van perdiendo energía, se complejizan y autoorganizan. (7)

A los sistemas termodinámicos se los clasifica en **abiertos**, que son aquellos que reciben las interacciones del exterior; y **cerrados**, que no reciben influencia del exterior. Prigogine (1967) postuló además que no se deben clasificar solamente así a los sistemas, sino que hay que considerar los equilibrios y que existen tres tipos de equilibrios posibles:

- 1) **Sistemas en equilibrio**, que es el equilibrio estable. Si hay un mínimo apartamiento de esta condición de equilibrio, el sistema tiende a volver al lugar del que se apartó.
- 2) **Sistemas cercanos al equilibrio**. Son los que tienden a oscilar. Se podría pensar que son los atractores de ciclo límite o los atractores de tipo cuasi periódicos.
- 3) **Sistemas lejos del equilibrio**. Representan los únicos que las estructuras disipativas permiten organizarse. Van fluctuando entre distintos equilibrios y están en una zona caótica. Las fluctuaciones, que son variaciones aleatorias, pueden generar un orden subyacente.

¿Cómo se llega al caos? Si se parte de una situación estable, y por una transición de fases a un cambio, el comportamiento es complejo. Entonces se debe analizar si existe algún tipo de precursor ante esta situación aparentemente desorganizada que prevenga de su advenimiento. Por ejemplo, la dinámica cardíaca de un corazón sano tiene un comportamiento relativamente regular, a menos que se produzca una arritmia que nos puede conducir a una situación de fibrilación. Uno de los objetivos de este tipo de análisis, ya sea para el tratamiento o el diagnóstico, es decir, para predecir la patología, es encontrar si existe en los registros electrocardiográficos algún indicio o alguna evidencia que, de persistir en este comportamiento, va a desencadenar en una situación caótica que muchas veces no es controlable.

Para analizar los fenómenos caóticos, una variable temporal es el objeto de estudio. Se comienza buscando periodicidades y si se encuentran, el sistema es regular. Hay un atractor que tiene un período asociado, es decir que cierra sobre sí mismo. A esto se llama ciclo límite. Si por medio de un estímulo externo, que en el caso del corazón podría ser un marcapasos, se empiezan a excitar células cardíacas, en lugar de obtener que se cierre un período, se podría cerrar en dos periodos. Si sigo excitando, si sigo marcándolo externamente, en lugar de dos se observa que se cierra en 4, después en 8, en 16, 32, 64, y así sucesivamente hasta que llega un momento en que no es simple distinguir las periodicidades. Esta ruta en la cual se obtiene duplicación de períodos se reduce a lo que se llama el *diagrama de bifurcación* como se muestra en la figura siguiente.



El interés es determinar si hay precursores para el caos a través de alguna de las rutas que se puedan identificar. Aquí la pregunta o el planteo es cómo trabajan los físicos, los matemáticos, la gente a la que le interesa este tipo de análisis, en colaboración con otros profesionales a partir de un sistema *no lineal*.

Supongamos que se tiene un sistema dinámico descrito por un tipo de ecuaciones. Podría ser que:

- 1) se conozcan las ecuaciones que determinan el sistema dinámico,
- 2) que se pueda escribir un modelo (es decir, no conozco las ecuaciones),
- 3) que se sepan algunas mediciones.

En el **caso 1**, si conozco las ecuaciones, se puede analizar, resolver y determinar cuándo el sistema se comportará en forma caótica según el valor de los parámetros de control que se varían y de las condiciones iniciales, vistas anteriormente en el modelo de Lorenz. Entonces, una vez establecido el valor de los parámetros de control se puede analizar el atractor y caracterizarlo para tener un dato más para predecir. Para ello se utilizan los exponentes de Lyapunov.

Los exponentes de Lyapunov son elementos matemáticos. Si tengo una trayectoria testigo en que evoluciona el sistema, luego se cambia la condición inicial para volver a calcular la trayectoria, y se comparan, si divergen o convergen. La inversa de esa divergencia (o convergencia) de los exponentes de Lyapunov da cuenta del tiempo de predicción y de la predictibilidad del sistema. Si los exponentes de Lyapunov son positivos, las órbitas se separan y el sistema es caótico; si son negativos, las órbitas se juntan y el sistema no es caótico, es regular.

En el **caso 2** se necesita proponer un modelo. Un modelo no es una copia fiel de la realidad; significa tratar de aproximarse lo más que se puede y utilizar otros modelos para ir perfeccionando el que uno ya tiene. ¿Cómo elegir un modelo? Se pueden conocer algunas de las variables involucradas en el proceso, saber o intuir las relaciones con respecto a los parámetros. Se plantea un sistema de ecuaciones, se resuelven, se busca la solución en el sistema compatible con el problema y entonces, si es adecuado, se remite al caso 1.

En el **caso 3** se tienen los datos experimentales. Lo que se mide es una consecuencia de la variación de

muchos factores desconocidos. Se intenta averiguar cuántos son los factores desconocidos y relevantes para determinar el sistema, porque puede ser que haya factores desconocidos que no son relevantes y que no influyen en el comportamiento del sistema. Se reconstruye el atractor (F. Takens, 1981). (8) Se buscan indicios de caos. Como la mayoría de los sistemas que se estudian tienen algún tipo de periodicidad, esto es lo primero que se analiza. Cuando se registra temporalmente un fenómeno, se toman muestras a distintos tiempos de algunas variables representativas del problema: por ejemplo, la temperatura corporal a lo largo del día, la melatonina, etc. En algunas oportunidades se mide una variable que representa un comportamiento global de otras, por ejemplo, el electroencefalograma o el electrocardiograma, o cualquier variable que mida el comportamiento cooperativo. ¿Qué es una serie temporal? Es un conjunto de mediciones de alguna variable que se registran a lo largo del tiempo y se ordenan en forma cronológica. Si bien son mediciones continuas, se registran de manera discreta. Las consecuencias de la teoría son importantes. Todo sistema *no lineal* se vuelve impredecible a un tiempo, y ese tiempo a partir del cual ya no se tiene información se puede calcular. Hay distintos métodos de análisis para esta situación desarrollados por Broomhead y King (1986), (9) Grassberger y Procaccia (1983), (10) Ruelle y Takens (1971). (11) Los sistemas que antes no se abordaban se analizan ahora teniendo en cuenta todo tipo de interacción.

Habíamos hablado de Lorenz (1963). Estudiaba el modelo esquemático de la convección atmosférica, integraba las ecuaciones diferenciales en una computadora muy lenta, empleando métodos numéricos y tomó el estado final al que había llegado y lo usó como condición inicial. Cualquier diferencia en las condiciones iniciales que se observan, aunque sea mínima e infinitesimal esa diferencia, es una nueva condición inicial y varían dramáticamente los resultados que hasta ahora se habían obtenido. Solamente podemos predecir los resultados en corto tiempo (esto era lo que ya habíamos hablado) y es una propiedad fundamental de los sistemas caóticos que se llama *sensibilidad a las condiciones iniciales*. A pesar de lo anterior, la impredecibilidad del sistema está lejos de ser un comportamiento al azar. Las soluciones evolucionan en una zona muy concreta, como se ve en la figura siguiente:



Los distintos colores que aparecen aquí, azul, celeste, rojo, amarillo, son simulaciones de computadora para diferentes condiciones iniciales, pero todo gira en una región acotada del espacio que se analiza. Ésta es la diferencia de lo que existe con una situación que se llama *ruido* y ya ha sido discutido.

El número de variables mayor de tres genera un sistema de ecuaciones. Éstas las podemos dividir en dos: las **ecuaciones algebraicas** y las **diferenciales**. Las primeras son las ecuaciones lineales, de segundo grado, las no lineales, de tercer grado, las que sirven para resolver el binomio, el trinomio, o simplemente un polinomio común y corriente. Las ecuaciones diferenciales registran la variación de una función con respecto al tiempo. Puede haber también un sistema de ecuaciones diferenciales con distintas variables independientes entre sí, que son los parámetros.

Estas ecuaciones diferenciales pueden ser nuevamente *lineales*, las cuales son totalmente predecibles en sus resultados y se pueden calcular, o *no lineales*, que es condición necesaria para el establecimiento del caos.

Una función periódica repite sus valores al cabo de un tiempo llamado **período**. El número de veces que en la unidad de tiempo repite sus valores es la **frecuencia**. Las expresiones periódicas de cualquier índole son funciones periódicas de senos y cosenos que es la base de la transformada de Fourier (1822), (12) que determina que cualquier función puede expresarse como una superposición de senos y cosenos. Si en una serie temporal hay tres frecuencias diferentes involucradas, existe un indicio que variando algún parámetro se podría llegar al caos.

Agradecimiento

El Comité Editorial de la *Revista Argentina de Cardiología* desea agradecer a su secretaria, Sra. Patricia López Dowling, el arduo trabajo efectuado en la desgrabación del material, que ha permitido esta presentación.

BIBLIOGRAFÍA

1. Poincaré H. Les Methodes Nouvelles de la Mécanique Céleste. Paris: Gauthiers Villiar; 1982.
2. Lorenz EN. Deterministic Non Periodic Flow. J Atmos Sci 1963; 20:130.
3. May R. Simple Mathematical Models with very complicated dynamics. Nature 1976;261:459.
4. Mandelbrot B. Fractal Geometry in Nature. Freeman; 1982.
5. Li T.J, Yorke J. Period three implies chaos. J Am Math Monthly 1975;82:985.
6. Feigenbaum M. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. J Stat Phys 1978;19:25.
7. Prigogine I. Introduction to thermodynamics of irreversible processes. 3rd ed. New York Intersciences; 1967.
8. Takens F. Dynamical Systems and Turbulence. Lectures Notes in Mathematics. Vol 88, DA Rand y LS Young. Springer; p. 366.
9. Broomhead DS, King GP. Extracting qualitative dynamics from experimental data. Physica D 1986; 20:217-36.
10. Grassberger P y Procaccia I. Characterization of strange attractors. Phys Rev Lett 1983;50:346-9.
11. Ruelle D, Takens F. On the Nature of Turbulence. Commun In Math Phys 1971;20:167.
12. Fourier JB. Théorie Analytique de la chaleur. Paris; 1822.